

Υπολογισμός της ελαστικότητας ζήτησης με το πρόγραμμα Maxima

ΜΗ ΕΙΝΑΙ ΒΑΣΙΛΙΚΗΝ ΑΤΡΑΠΟΝ ΕΠΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΝ

Αθανάσιος Σταυρακούδης

<http://stavrakoudis.econ.uoi.gr>



$$y = f(x)$$

Αν η τιμή του x μεταβληθεί κατά Δx , δηλαδή από x σε $x + \Delta x$, τότε η αντίστοιχη τιμή του y θα μεταβληθεί κατά Δy :

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$$

Αυτή είναι η απόλυτη μεταβολή. Η σχετική μεταβολή του y ορίζεται από το κλάσμα:

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{f(x)}$$

ενώ η σχετική μεταβολή του x είναι:

$$\frac{\Delta x}{x}$$



Αν διαιρέσουμε τις σχετικές μεταβολές μεταξύ τους θα λάβουμε:

$$\frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{x}{y} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{f(x)} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Ο λόγος αυτός ονομάζεται *μέση ελαστικότητα* της μεταβλητής y στο διάστημα $[x, x + \Delta x]$.

Συμβολίζουμε το λόγο $E_x y$ και διαβάζουμε: ελαστικότητα του y ως προς x :

$$E_x y = \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{x}{y} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{f(x)} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



Ελαστικότητα και συνάρτησης ζήτησης

Αν η συνάρτηση ζήτησης είναι: $q = 8 - p/5$ να υπολογιστεί η ελαστικότητα όταν η τιμή μεταβάλλεται από p_1 σε p_2 .

- ❶ Ορίζουμε τη συνάρτηση ζήτησης:

$$q = D(p) = 8 - p/5$$

- ❷ Σύμφωνα με τον τύπο: $E = \frac{\Delta y}{y} / \frac{\Delta x}{x}$ έχουμε:

$$E_d = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\frac{q_2 - q_1}{q_1}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}}$$

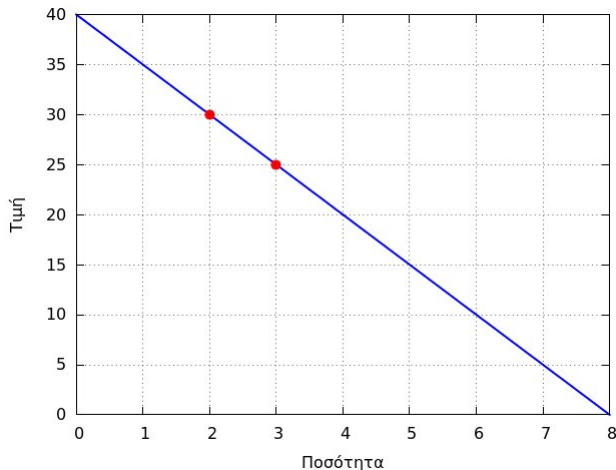
- ❸ Με βάση τον τύπο της συνάρτησης ζήτησης κάνουμε αντικατάσταση και παίρνουμε:

$$E_d = \frac{\frac{p_2/5 - p_1/5}{8 - p_1/5}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}}$$



Υπολογισμός ελαστικότητας, παράδειγμα με το "χέρι"

Αν η συνάρτηση ζήτησης είναι: $q = 8 - p/5$ να υπολογιστεί η ελαστικότητα όταν η τιμή μεταβάλλεται από $p_1 = 25$ σε $p_2 = 30$.



$$\begin{aligned} E_d &= \frac{\Delta q}{q} / \frac{\Delta p}{p} \\ &= \frac{2 - 3}{3} / \frac{30 - 25}{25} \\ &= -\frac{5}{3} \end{aligned}$$



Υπολογισμός ελαστικότητας, παράδειγμα με το Maxima

Αν η συνάρτηση ζήτησης είναι: $q = 8 - p/5$ να υπολογιστεί η ελαστικότητα όταν η τιμή μεταβάλλεται από $p_1 = 25$ σε $p_2 = 30$.

❶ Ορίζουμε τη συνάρτηση ζήτησης:

```
1 D(p) := 8 - p/5;
```

❷ Ορίζουμε τις τιμές του προϊόντος p_1 και p_2 :

```
1 p1 : 25;  
2 p2 : 30;
```

❸ Υπολογίζουμε τις αντίστοιχες ποσότητες:

```
1 q1 : D(p1);  
2 q2 : D(p2);
```

❹ Εφαρμόζουμε τον τύπο της ελαστικότητας

```
1 E : ((q2-q1)/q1) / ((p2-p1)/p1);
```



Η ελαστικότητα του y ως προς x ορίζεται ως:

$$E_x y = \frac{dy}{y} / \frac{dx}{x} = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{f(x)} f'(x)$$



Η ελαστικότητα του y ως προς x ορίζεται ως:

$$E_x y = \frac{dy}{y} / \frac{dx}{x} = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{f(x)} f'(x)$$

Αν $q = D(p)$ είναι μια συνάρτηση ζήτησης, τότε η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή ορίζεται ως:

$$E_D = \frac{dq}{q} / \frac{dp}{p} = \frac{p}{q} \frac{dq}{dp} = \frac{p}{D(p)} D'(p)$$



Πλεονεκτήματα χρήσης διαφορικού λογισμού

- 1 Μπορούμε να υπολογίσουμε την ελαστικότητα σε οποιοδήποτε σημείο μιας καμπύλης.
- 2 Αν ξέρουμε τη συνάρτηση ζήτησης ή προσφοράς, τότε επαρκεί μόνο η ποσότητα σε κάποιο σημείο για να οριστεί η ελαστικότητα.
- 3 Αποφεύγουμε τη σύγχυση που προκύπτει με την ελαστικότητα ανά κατεύθυνση.
- 4 Η ακρίβεια του υπολογισμού της ελαστικότητας είναι η μεγαλύτερη δυνατή, ανεξάρτητα από το μέγεθος των εμπλεκόμενων ποσοτήτων (τιμές, ποσότητες, μεταβολές, κτλ)
- 5 Δεν απαιτείται κανένας υπολογισμός ποσοστιαίας μεταβολής.



Ελαστικότητα σημείου της συνάρτησης ζήτησης

Έστω η συνάρτηση ζήτησης:

$$q = D(p) = 4 - \frac{1}{2} p$$

Να υπολογιστεί η ελαστικότητα της ζήτησης ως προς την τιμή στα σημεία $p = 2$ και $p = 5$ και να υπολογιστεί το σημείο μοναδιαίας ελαστικότητας.



Ελαστικότητα σημείου της συνάρτησης ζήτησης

Έστω η συνάρτηση ζήτησης:

$$q = D(p) = 4 - \frac{1}{2} p$$

Να υπολογιστεί η ελαστικότητα της ζήτησης ως προς την τιμή στα σημεία $p = 2$ και $p = 5$ και να υπολογιστεί το σημείο μοναδιαίας ελαστικότητας.

Στο **Maxima** μπορούμε να γράψουμε:

```
1 D(p) := 4 - p/2;  
2 Ed(p) := '( p/D(p) * diff(D(p), p) );  
3 Ed(2);  
4 Ed(5);  
5 sol : solve(Ed(p)=-1, p);  
6 p0 : rhs(sol[1]);  
7 q0 : D(p0);
```

PointElasticity.wxm



Έστω η συνάρτηση:

$$y = f(x) = c x^a$$

όπου c μια σταθερά. Να αποδειχθεί ότι:

$$E_x y = a$$

